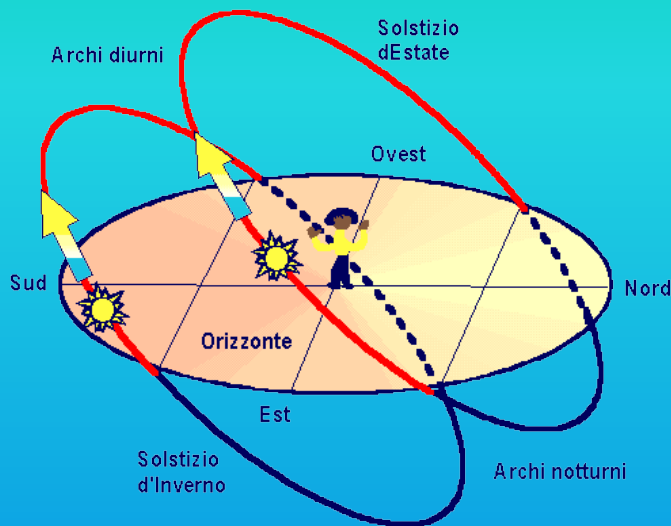


# Percorso diurno-notturno del sole



**ACA** = gruppo teorico

15 GIUGNO 2012

a cura di: giuseppe giliberto

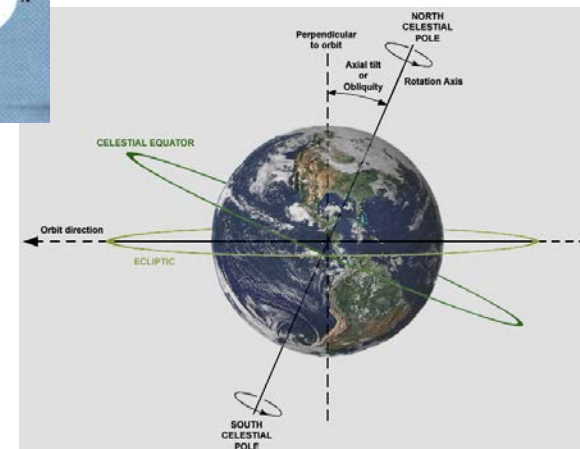
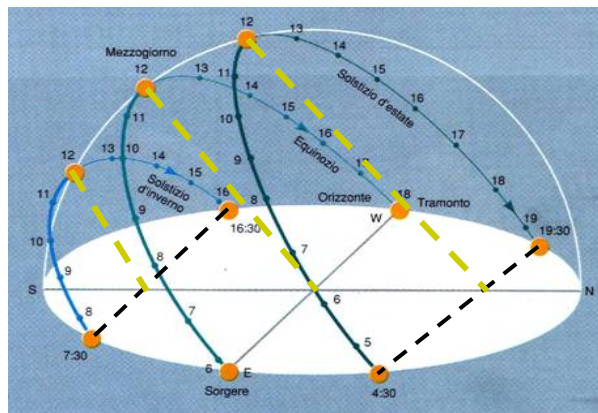
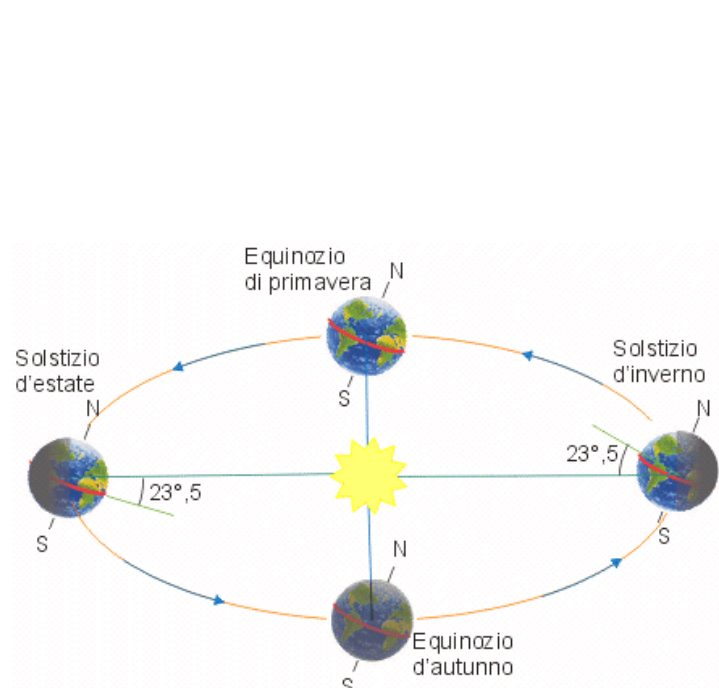
## Introduzione

E' abbastanza noto a tutti, esperti astronomi, astrofili e a chi si è personalmente documentato, che la conformazione del sistema solare comporta una specifica **“relazione”** tra il sole e i suoi pianeti.

Questa relazione è determinata dalle orbite descritte da ciascun pianeta attorno al sole, moto di **rivoluzione**, e dal moto di **rotazione** che ciascun pianeta effettua intorno al proprio asse (V. figure seguenti).

La nostra attenzione è rivolta in particolare alla relazione esistente fra **Terra e Sole** che comporta il moto di rivoluzione secondo un'orbita ellittica (**eclittica**), l'inclinazione **dell'asse di rotazione** della terra di **23,5 gradi** sul piano dell'eclittica, l'alternarsi delle **stagioni**, l'alternarsi del **giorno e della notte** con la variazione della loro durata durante l'anno.

E' naturale quindi chiedersi, principalmente, quale è e come varia l'ora del **sorgere**, del **tramonto** e la **culminazione** del sole durante l'anno; come varia durante il giorno **l'altezza**, **l'angolo orario** e **l'azimuth** del sole con riferimento ad un **orizzonte locale**.



Questo comporta una attenta analisi **geometrico-matematica** della relazione fra terra e sole per determinare le formule che permettono di eseguire i calcoli relativi.

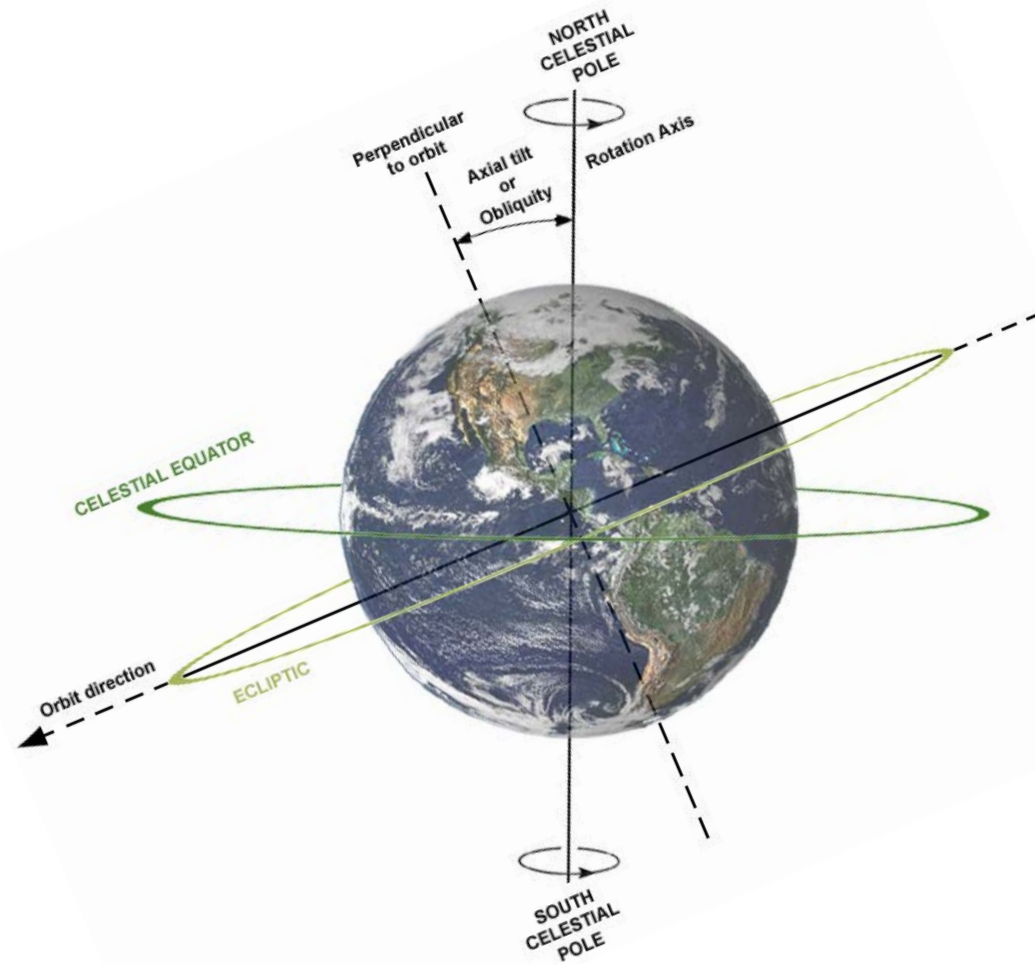
Generalmente su Internet si possono trovare queste formule che vengono, però, presentate senza la dovuta dimostrazione che i più curiosi desiderano verificare; si trovano anche calcolatori on-line per determinare i valori di interesse. Anche i simulatori astronomici (planetari) si prestano a questo scopo.

Lo scopo di questa nota è proprio quello di cimentarsi nell'analizzare, dimostrare e ricavare queste formule; insomma un piccolo esercizio matematico.

Tuttavia, affinché non venga tolto al lettore il curioso piacere di essere partecipe di questo impegno, questo documento viene presentato con i disegni elaborati, su cui sono basate le analisi matematiche, e con le formule relative, ma senza dimostrazione, che sarà lasciata alla curiosità ed abilità del lettore.

Vengono seguiti due approcci diversi, chiamati **Analisi matematica n.1** ed **Analisi matematica n.2** con cui eseguire le analisi geometrico-matematiche, che portano a ricavare formule diverse ma che, nei calcoli, danno gli stessi risultati che saranno confrontati fra di loro e, a loro volta, con i valori forniti da un simulatore astronomico, come HNSKY o Starry Night.

I calcoli sono eseguiti tramite Excel e si trovano in fogli non contenuti in questo documento; sono invece riportati i valori calcolati ed i grafici relativi del confronto che danno ragione della corretta analisi eseguita e dei risultati ottenuti.



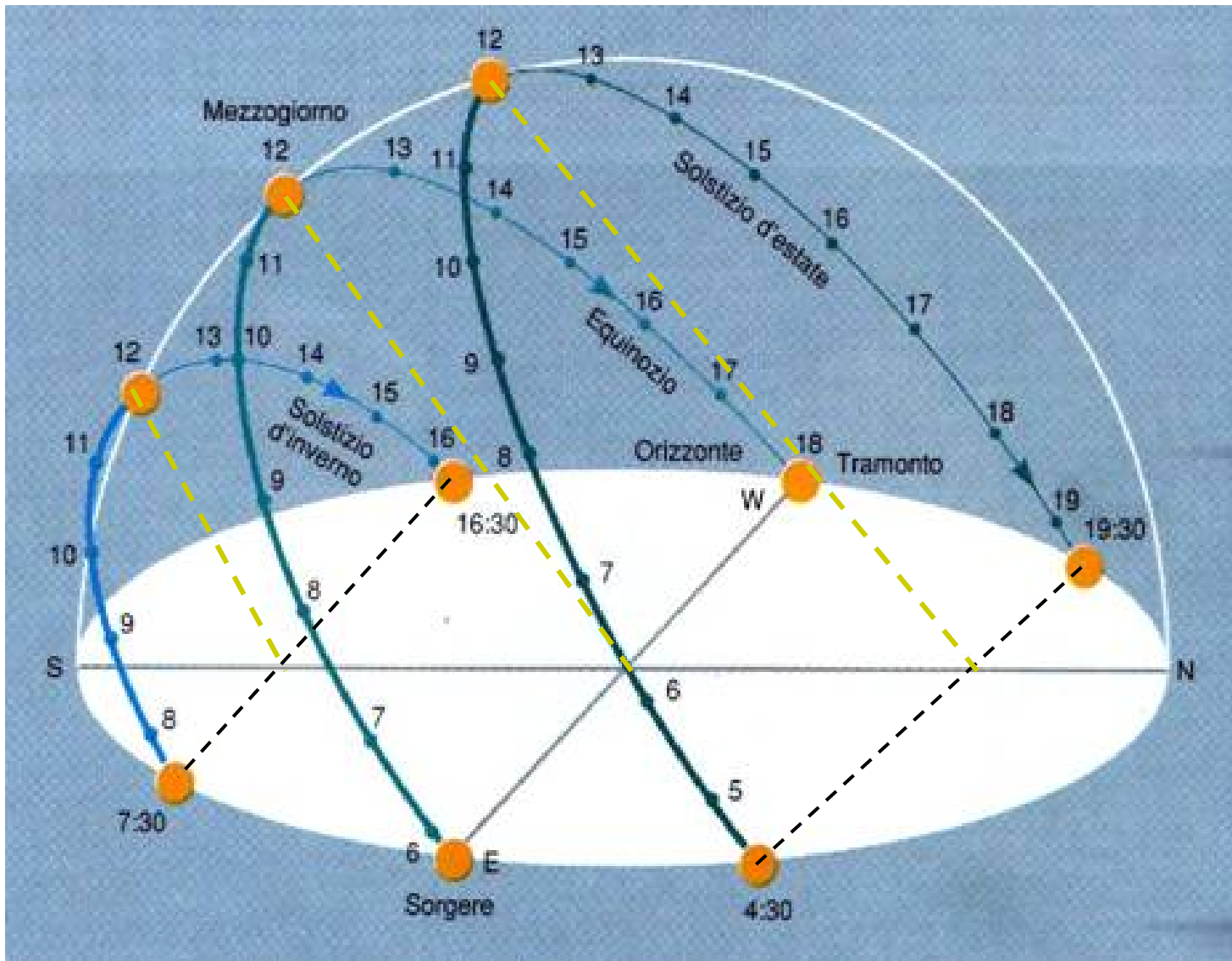


Figura 1 Archi diurni del sole su un orizzonte locale nei quattro eventi principali dell'anno: Solstizio d'Inverno, Equinozio di Primavera, Solstizio d'Estate, Equinozio d'Autunno.

# Relazione fra Orizzonte Locale e Declinazione del Sole.

## Punti di Levata, Culminazione e Tramonto del Sole.

Z=declinazione del sole

$\lambda$ =latitudine locale

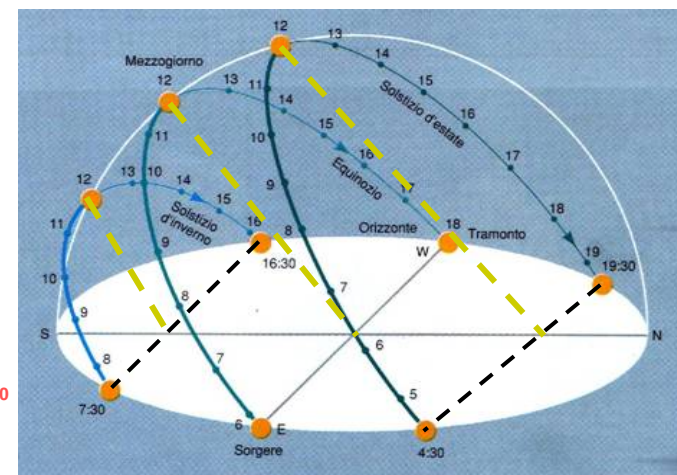
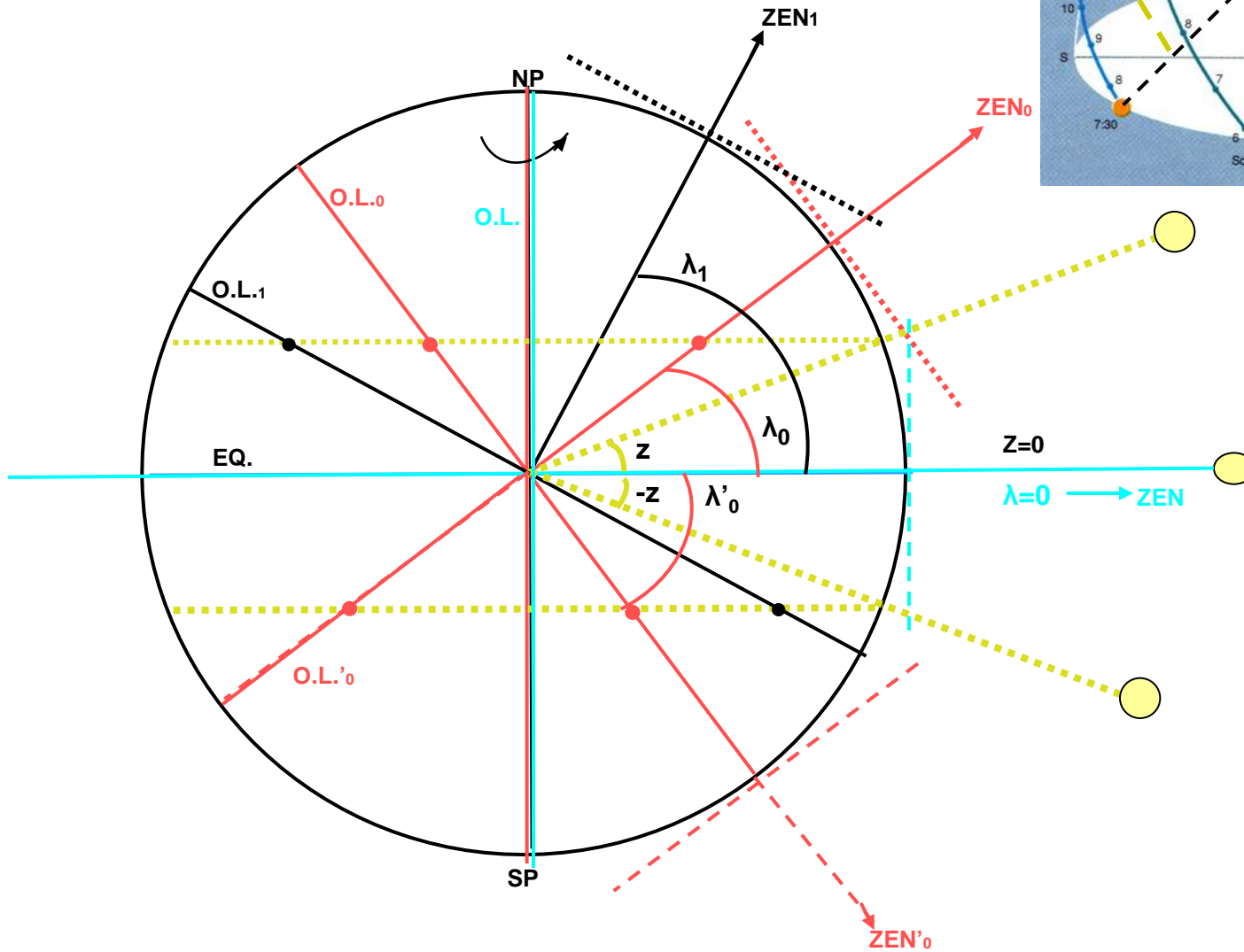


Figura 2

Dalla figura 2 si rileva che la declinazione del sole individua un parallelo chiamato Parallelo Solare.

Il parallelo solare rappresenta il percorso del sole nelle 24 ore del giorno. Questo percorso si distingue in arco diurno e arco notturno relativamente all'orizzonte locale scelto con la latitudine.

Dato un piano di orizzonte locale (che è tangente alla superficie terrestre nel punto di latitudine ma si fa passare per il centro della terra per comodità di analisi) il parallelo solare lo intersecherà con una retta i cui punti estremi, posti ad E ed W, rappresentano, in scala bidimensionale, da un lato la Levata L (ad E) e dalla parte opposta il Tramonto T (ad W) del sole (v. la corrispondenza con la relativa figura tridimensionale).

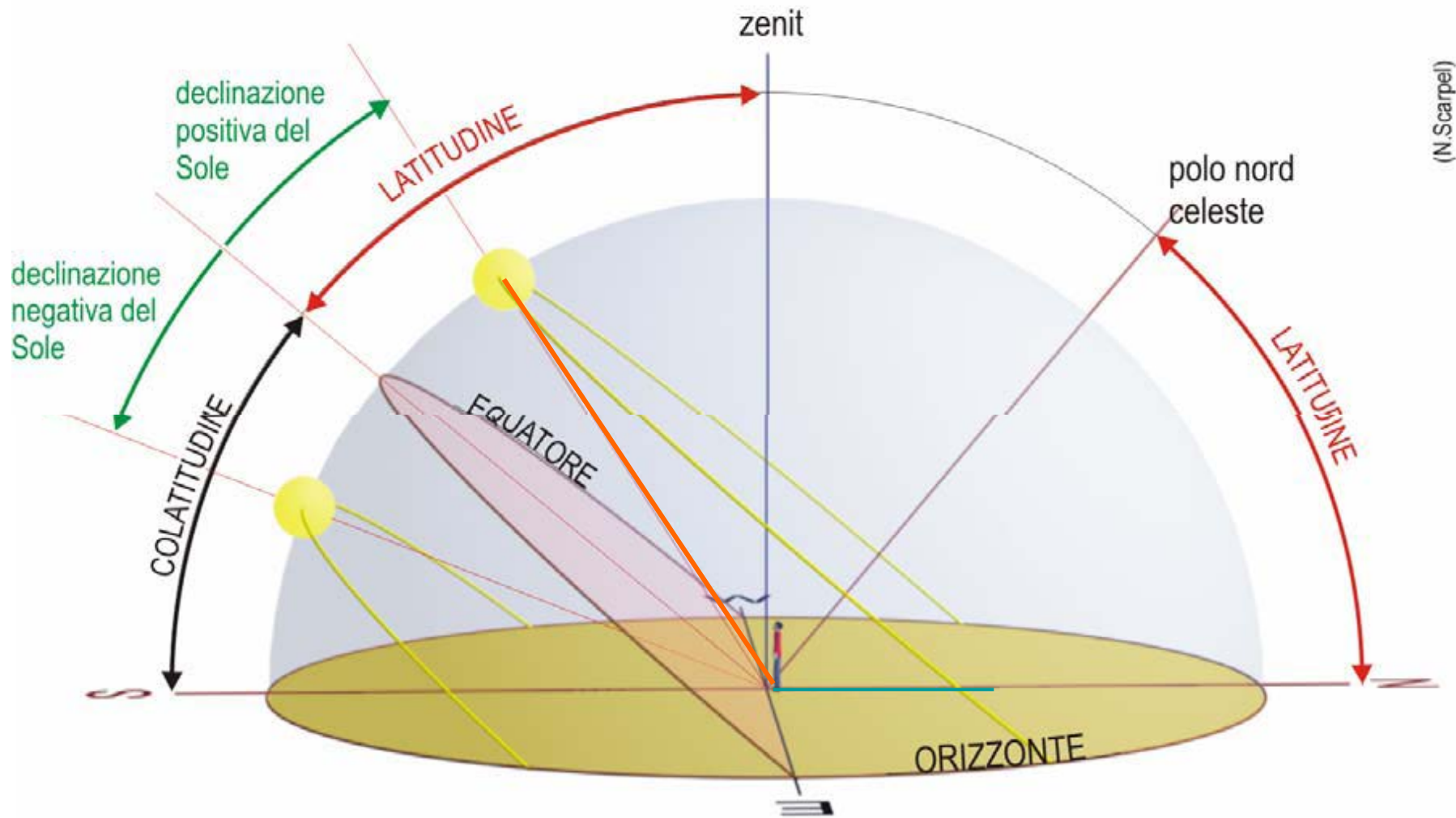
E' importante notare nella figura 2 che per valori **positivi della declinazione z** la intersezione del parallelo solare con l'orizzonte locale, qualunque sia la latitudine, avviene sempre nell'emisfero **nord**, mentre per valori **negativi di z** la intersezione avviene sempre nell'emisfero **sud**.

Un'analisi geometrico-matematica eseguita sulla figura 2 potrebbe essere usata per determinare l'ora della Levata e del Tramonto ma non è utile per determinare altri parametri, come Azimuth, Altezza e Angolo orario; per questo è necessario usare una rappresentazione tridimensionale e operare con analisi sferica o con proiezioni sferiche sul piano dell'orizzonte locale.

Si fa uso quindi della figura neutra 2bis adattandola con le proiezioni sferiche opportune.



Figura 2bis





$Az = \arccos(\sin z / \cos \lambda)$ ;  $0^\circ \leq Az \leq 180$ ;  $\alpha = \arcsin(\sin Az / \cos z)$ ;  
 $\Delta T^\circ = 90^\circ - \alpha$ ; per  $z > 0$   $\Delta T^\circ > 0$ ; per  $z < 0$   $\Delta T^\circ < 0$ ;  $\Theta$  = longitudine in ore;  
 $L = 06h - \Delta T^\circ / 15 - \Theta + \Delta F + ET$ ;  $ET$  = equazione del tempo.  
 $T = 18h + \Delta T^\circ / 15 - \Theta + \Delta F + ET$ ;  $\Delta F$  = fuso orario.

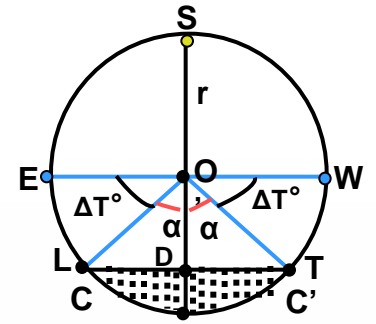


Fig. 3 Parallelo di declinazione z con levata e tramonto

(N. Scarpel)

Analisi matematica n. 1

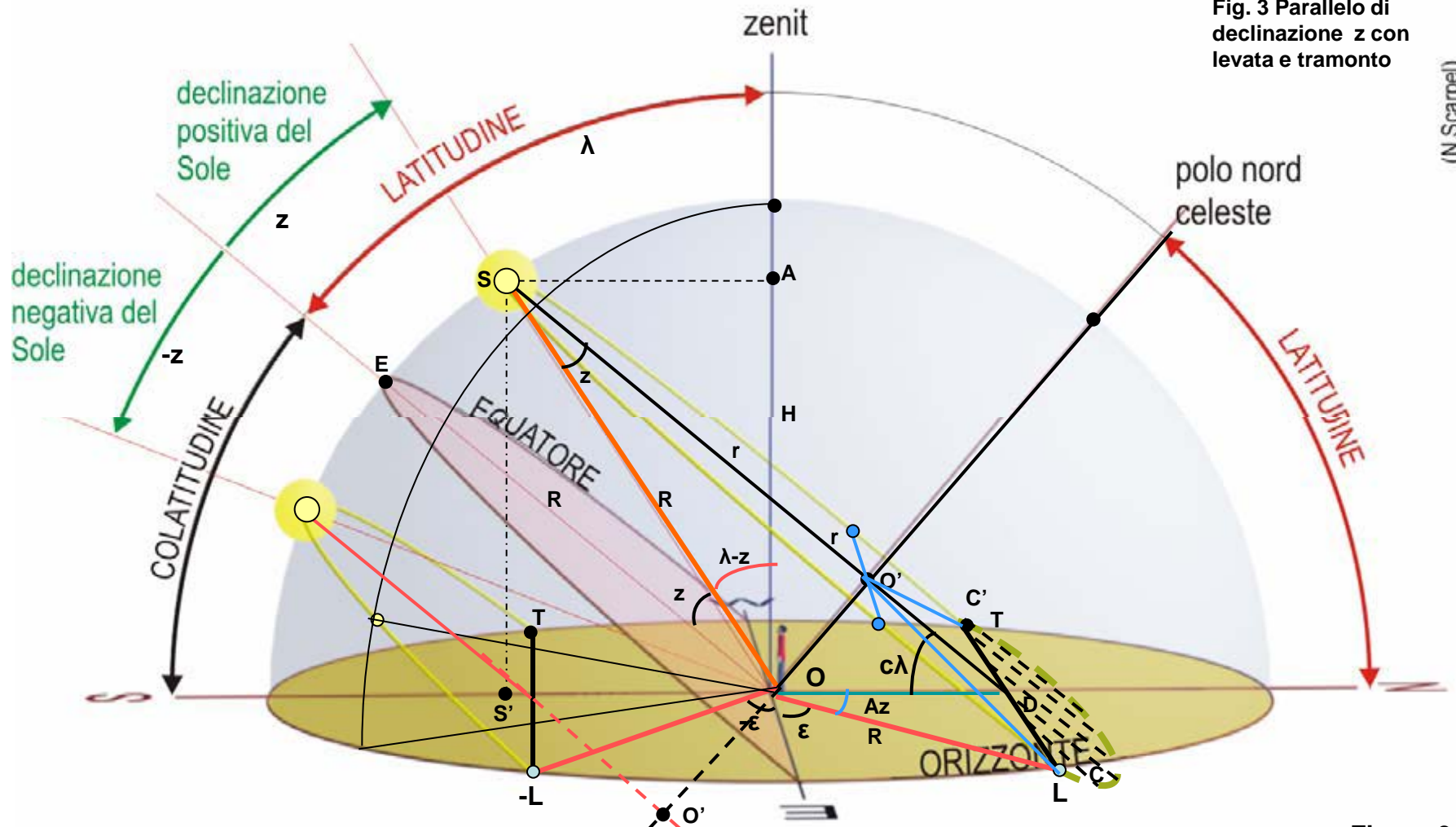


Figura 3

## Analisi matematica n. 1 della formula per il calcolo del sorgere, dell' azimuth e del tramonto del sole

### Riferimento figura 3.

L'analisi ed il calcolo vengono eseguiti considerando la intersezione tra il piano dell'orizzonte locale ed il parallelo solare che rappresenta il percorso sia dell'arco diurno che di quello notturno del sole.

**Valutando il tempo all'intersezione si ricava il tempo della levata, del tramonto e dell'azimuth.**

Come definito, l'azimuth **Az** è riferito all'angolo compreso fra la direzione Nord e la levata **L** o il tramonto **T** e varia fra  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

### Angolo Azimuth di levata L e di tramonto T

Dimostrazione

da cui:

$$\cos Az = \frac{\sin z}{\cos \lambda};$$

$$Az = \arccos(\sin z / \cos \lambda)$$

$$0^\circ \leq Az \leq 180$$

Si può risolvere anche rispetto all'angolo  $\epsilon$ , scostamento rispetto alla direzione E (levata) o W (tramonto). Essendo  $Az = 90^\circ - \epsilon$ ;  $\cos Az = \cos(90^\circ - \epsilon) = \sin \epsilon$  da cui:

$$\sin \epsilon = \sin z / \cos \lambda;$$

$$\epsilon = \arcsin(\sin z / \cos \lambda)$$

$$-90^\circ \leq \epsilon \leq 90^\circ$$

$$\cos Az = \sin z / \cos \lambda;$$

$$Az = \arccos(\sin z / \cos \lambda)$$

$$0^\circ \leq Az \leq 180$$

Per simmetria i due angoli di L e di T, sia espressi in **Az** che in  $\epsilon$ , sono uguali.

Vediamo come e quale è il range di variazione di **Az e di  $\epsilon$** .

Qualunque sia la latitudine  $\lambda$  di un orizzonte locale, il range sia di Az che di  $\epsilon$  dipende unicamente dal range di z.

Dato il piano di un orizzonte locale, cioè una latitudine  $\lambda$ , sia Az che  $\epsilon$  dipendono, nel periodo di un anno solare, soltanto dal valore di z, come si può dedurre dalle formule.

$$\text{Per } z = 0^\circ \quad Az = 90^\circ; \quad z > 0^\circ \quad Az < 90^\circ; \quad z < 0^\circ \quad Az > 90^\circ;$$

$$\text{Per } z = 0^\circ \quad \epsilon = 0^\circ; \quad z > 0^\circ \quad \epsilon > 0^\circ; \quad z < 0^\circ \quad \epsilon < 0^\circ;$$

Dalla figura 2, con un po di fantasia tridimensionale, si può dedurre questo.

## Tempo di levata **L** e di tramonto **T**

Nella figura 4 è riportato tutto il parallelo solare (declinazione  $z$ ) con evidenziati l'intersezione con l'orizzonte locale (CDC') e l'arco notturno tratteggiato. L'arco diurno è rappresentato tra **L** (C) e **T** (C').

$$CD = C'D = R \sin Az = r \sin \alpha = R \cos z \sin \alpha ;$$

$$\sin \alpha = \sin Az / \cos z; \quad \alpha = \arcsin (\sin Az / \cos z);$$

Conoscendo la variazione di  $Az$   $0^\circ \leq Az \leq 180^\circ$  e di  $z$   $-23,5 \leq z \leq +23,5$  il  $\sin \alpha$  è sempre positivo, quindi per stabilire il valore di  $\alpha$  bisogna valutare  $z$  tenendo presente che  $z$  non supera mai in valore assoluto  $23,46^\circ$

$$\text{per } z = 0^\circ \quad \alpha = 90^\circ; \quad \text{per } z > 0^\circ \quad \alpha < 90^\circ; \quad \text{per } z < 0^\circ \quad 90^\circ < \alpha < 180^\circ;$$

Tenendo in conto l'arco diurno del sole, nel caso degli equinozi esso sorge a E alle ore 06:00 e tramonta a W alle ore 18:00. Nel caso generico della levata in L e del tramonto in T la differenza con il tempo equinoziale è rappresentata in angolo da  $\Delta T^\circ = 90^\circ - \alpha$ ; ed in tempo relativo da  $\Delta T^h = \Delta T^\circ / 15 = (90^\circ - \alpha) / 15$  ore.

Il valore di  $\Delta T^h$ , da quanto detto sopra, può essere quindi **positivo o negativo** in funzione di  $z$ , determinando se L e T stanno nell'emisfero nord o sud. È facile riconoscere questo non solo con le formule ma anche con la figura 2 di cui si è già detto.

Risulta quindi che il valore del tempo di **L** e **T** è:

per  $z > 0$ :

$$L = 06h - \Delta T^\circ / 15 = 06h - (90^\circ - \alpha) / 15 = 06h - \Delta T^h = 06h - 90^\circ / 15 + \alpha / 15 =$$

$$06h - 06h + \alpha / 15 = \alpha / 15$$

$$T = 18h + \Delta T^\circ / 15 = 18h + (90^\circ - \alpha) / 15 = 18h + 90 / 15 - \alpha / 15 = 24h - \alpha / 15$$

per  $z < 0$ :

$$L = 06h + \Delta T^\circ / 15 = 06h + (90^\circ - \alpha) / 15 = 06h + 06h - \alpha / 15 = 12h - \alpha / 15$$

$$T = 18h - \Delta T^\circ / 15 = 18h - 90^\circ / 15 + \alpha / 15 = 18h - 06h + \alpha / 15 = 12h + \alpha / 15$$

La intersezione del parallelo solare, percorso diurno e notturno del sole, col piano dell'orizzonte locale dipende dal valore della declinazione  $z$  e dalla latitudine, per cui la posizione della **L** e di **T** si possono dedurre dal disegno di figura 2.

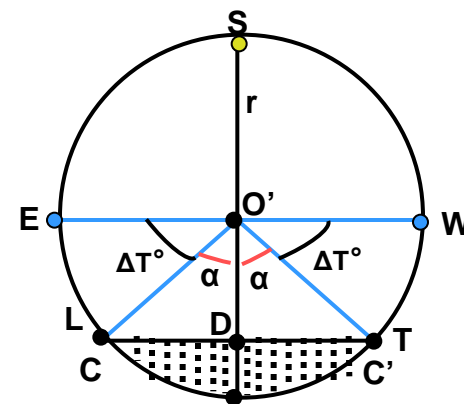


Fig. 4 Parallelo di declinazione  $z$  con levata e tramonto

La formula precedente si può risolvere quindi in  $\Delta T$  o in  $\alpha$ .

Il risultato dei calcoli deve però essere confrontato coi corrispondenti valori ricavati da un qualsiasi simulatore astronomico (planetario) che sarà posizionato su un orizzonte locale scelto con la latitudine del luogo.

Si tenga in conto che le formule, così espresse, sono riferite agli orari locali mentre il planetario dà gli orari riferiti alla **longitudine**, al **fuso orario** del luogo rispetto al **UTC o GMT** ed alla equazione del tempo **ET**.

Per la longitudine (positiva verso Est negativa verso Ovest) si usa il simbolo  $\Theta$  espressa in ore, per il fuso orario il simbolo  $\Delta F$  e per l'equazione del tempo il simbolo **ET**

Quindi le formule finali da applicare sono:

$$L = 06h - \Delta T^h - \Theta + \Delta F + ET; \quad T = 18h + \Delta T^h - \Theta + \Delta F + ET;$$

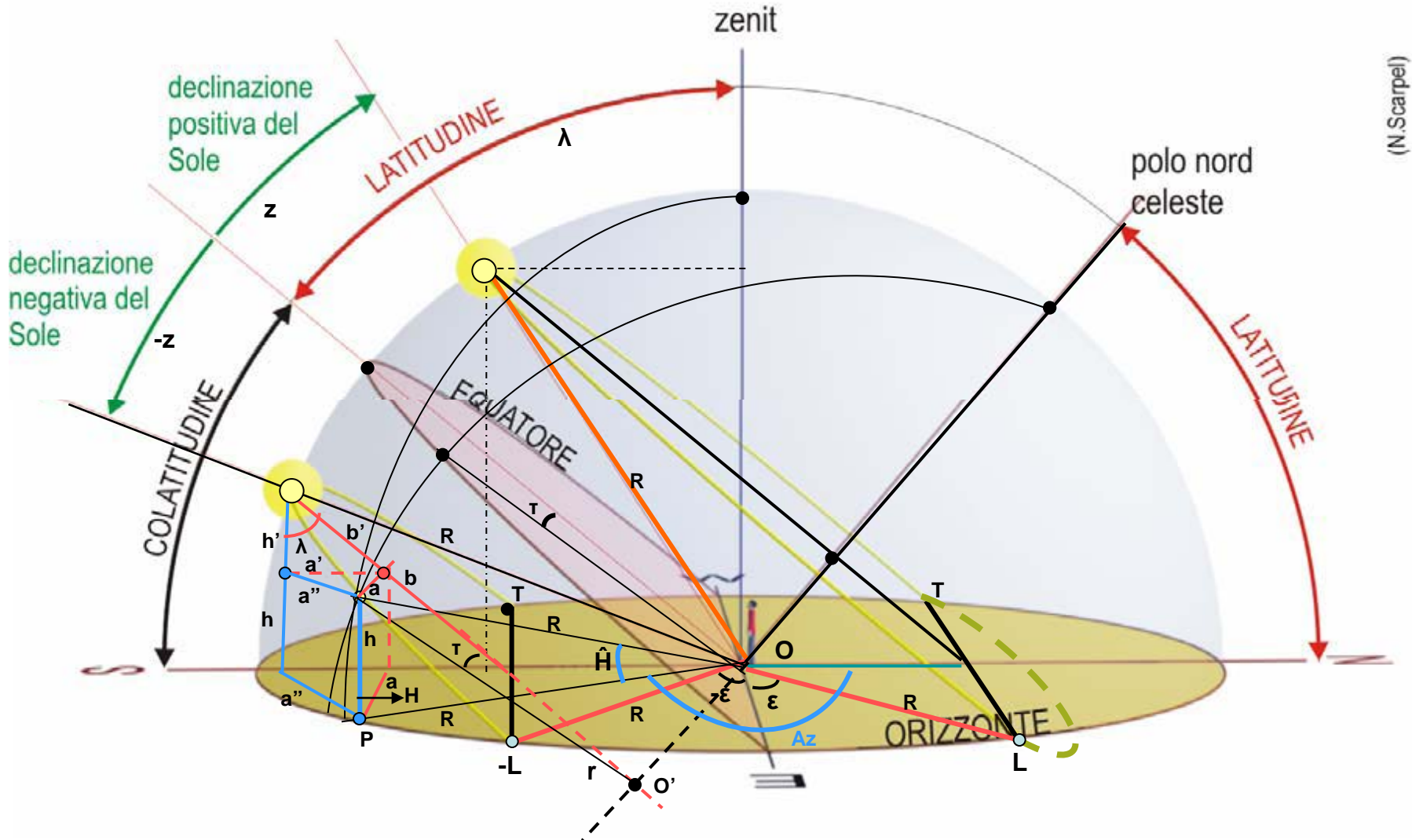
I calcoli ed il risultato del confronto sono eseguiti in fogli Excel mentre qui sono riportati i valori calcolati ed i grafici del confronto finale.

$$\hat{H} = \arcsen(\sen z \sen \lambda + \cos z \cos \lambda \cos \tau); \quad Az = \arcsen (\cos z \sen \tau / \cos \hat{H} );$$

$\tau = \arccos(- \tan z \tan \lambda); \quad \Theta =$  longitudine in ore;  $ET =$  equazione del tempo;  $\Delta F =$  fuso orario.

$$Lc = 12 - \theta + \Delta F + ET - \tau; \quad Tc = 12 - \theta + \Delta F + ET + \tau;$$

Analisi matematica n. 2



(N. Scarpel)

## Analisi matematica n. 2 della formula per il calcolo del sorgere, della culminazione, dell'azimuth e del tramonto del sole

### Riferimento figura 5.

$z$  = declinazione del sole;  $\lambda$  = latitudine del luogo (orizzonte locale);  $\tau$  = angolo orario;  $H$  = altezza del sole

A qualunque altezza,  $H$ , si trovi il sole nel corso del giorno corrisponde un **angolo orario  $\tau$** .

L'altezza  $H$  definisce quindi : **il sorgere con  $H=0$ ,**

**la culminazione o transito sul meridiano locale (ore 12:00 solari locali)**

**con  $H_{mx}$ = altezza massima e  $\tau = 0$ ,**

**il tramonto con  $H = 0$ .**

In più  $H$  è funzione della latitudine del luogo e della declinazione del sole.

Quindi  $H$  è una funzione di  $z$ ,  $\lambda$ ,  $\tau$  cioè  **$H = f(z, \lambda, \tau)$** ; si preferisce relazionare invece che l'altezza  $H$  l'angolo  $\hat{H}$  che vede l'altezza  $H$  e la formula diventa:  **$\text{sen } \hat{H} = \text{sen } z \text{ sen } \lambda + \text{cos } z \text{ cos } \lambda \text{ cos } \tau$**

### La figura 5 permette di calcolare questa formula.

Dimostrazione

da cui:  **$\text{sen } \hat{H} = \text{sen } z \text{ sen } \lambda + \text{cos } z \text{ cos } \lambda \text{ cos } \tau$**

La culminazione si ottiene ponendo  **$\tau=0$**  per cui:  **$\text{sen } \hat{H}_{mx} = \text{sen } z \text{ sen } \lambda + \text{cos } z \text{ cos } \lambda = \text{cos } (\lambda - z)$** ;



Il calcolo del sorgere e del tramonto si ricava ponendo  $H = 0$ :

$$\cos \tau = -\tan z \tan \lambda; \quad \tau = \arccos(-\tan z \tan \lambda);$$

L'angolo orario  $\tau$  varia da valore positivo al sorgere, a 0 alla culminazione, a valore negativo al tramonto.

Il valore di  $\tau$  in ore è dato da:  $\tau' = \tau/15$

Essendo la culminazione alle ore 12:00 locali  $\tau'$  rappresenta la distanza oraria tra la levata  $L$  ed il tramonto  $T$  e le 12:00 locali, cioè il tempo locale relativo  $L_L$  e  $T_L$ ;

**Il tempo di levata locale è dato da:**  $L_L = 12 - \tau'$

**Il tempo di tramonto locale è dato da:**  $T_L = 12 + \tau'$

Per calcolare il tempo civile del fuso  $F_c$  bisogna considerare il fuso orario del luogo applicando la seguente formula:

$F_c = 12 - \theta + \Delta F$  essendo:

$\theta$  = longitudine in ore del luogo e  $\Delta F$  = differenza di fuso orario rispetto al meridiano di **Greenwich**.

**Quindi il tempo di levata civile è dato da:**  $L_c = 12 - \theta + \Delta F - \tau'$

**Il tempo di tramonto civile è dato da:**  $T_c = 12 - \theta + \Delta F + \tau'$

E' possibile calcolare l'azimuth  $A_z$  definito come l'angolo compreso tra il punto cardinale nord e la proiezione del sole sul piano dell'orizzonte locale procedendo in senso orario.

$$OP = R \cos \hat{H}; \quad a = r \sin \tau = R \cos z \sin \tau = OP \sin Az = R \cos \hat{H} \sin Az;$$

**$\sin Az = \cos z \sin \tau / \cos \hat{H}$  ;  $Az = \arcsin(\cos z \sin \tau / \cos \hat{H})$**

L'Azimuth alla levata ed al tramonto si ottiene ponendo  $\hat{H} = 0$  e quindi:

**$Az = \arcsin(\cos z \sin \tau)$**

Qualsiasi planetario permette la lettura dell'azimuth  $A_z$ , della altezza  $\hat{H}$ , della levata  $L_c$  e del tramonto  $T_c$  del sole.

## Confronto fra le due Procedure e Conclusioni

Le due analisi matematiche portano a stabilire formule matematiche che sono differenti ma danno un medesimo risultato per i valori delle grandezze che sono d' interesse.

Nei calcoli risultano essere importanti le seguenti variabili in funzione della analisi matematica usata:

$\alpha$  che rappresenta la parte notturna dell'arco per l'analisi N.1;

$\tau$  che rappresenta l'angolo orario per l'analisi N.2.

Fra queste due variabili esiste una relazione che è funzione del segno della declinazione  $z$  del sole e che permette di passare da una analisi all'altra alle medesime condizioni e di verificare la uguaglianza delle corrispondenti grandezze ottenute.

$$\text{per } z > 0 \quad \alpha/15 = 12 - \tau/15; \quad \text{per } z < 0 \quad \alpha/15 = \tau/15$$

Nella figura 6 sono riportati i valori della Levata calcolati con analisi N.1 (L1) e analisi N.2 (L2), che risultano uguali, e quelli rilevati da HNSKY corretti con la rifrazione.

La differenza tra i valori calcolati con la due formule e quelli ricavati da HNSKY è riportata nei grafici della figura 7 che mettono in evidenza questa uguaglianza di risultati.

Sono anche riportati i valori numerici di queste differenze che si attestano fra 4 e 6 minuti.

Questi calcoli sono riportati in fogli excel fuori testo.

Non sono stati riportati i confronti fra le altre grandezze che possono facilmente essere calcolate mediante le formule riportate ed organizzate in fogli excel.

data 2011	L1	L2	HNSKY
<b>21-dic</b>	<b>8.05.56</b>	<b>8:05:56</b>	<b>8.00.00</b>
30-dic	8.08.55	8:08:55	8.03.00
15-gen	8.05.15	8:05:15	8.00.00
30-gen	7.52.12	7:52:12	7.47.00
15-feb	7.30.27	7:30:27	7.26.00
28-feb	7.08.45	7:08:45	7.05.00
15-mar	6.41.08	6:41:08	6.36.00
<b>21-mar</b>	<b>6.29.57</b>	<b>6:29:57</b>	<b>6.24.00</b>
30-mar	6.12.39	6:12:39	6.07.00
15-apr	5.43.13	5:43:13	5.38.00
30-apr	5.18.29	5:18:29	5.13.00
15-mag	4.58.25	4:58:25	4.53.00
30-mag	4.45.03	4:45:03	4.40.00
15-giu	4.39.54	4:39:54	4.34.00
<b>21-giu</b>	<b>4.40.29</b>	<b>4:40:29</b>	<b>4.35.00</b>
30-giu	4.43.48	4:43:48	4.38.00
15-lug	4.54.46	4:54:46	4.49.00
30-lug	5.10.11	5:10:11	5.05.00
15-ago	5.28.57	5:28:56	5.24.00
30-ago	5.46.59	5:46:59	5.42.00
15-set	6.06.18	6:06:18	6.01.00
<b>23-set</b>	<b>6.15.35</b>	<b>6:15:35</b>	<b>6.11.00</b>
30-set	6.24.47	6:24:47	6.20.00
15-ott	6.44.12	6:44:12	6.39.00
30-ott	7.04.46	7:04:46	6.59.00
15-nov	7.27.22	7:27:22	7.22.00
30-nov	7.47.05	7:47:05	7.41.00
15-dic	8.02.03	8:02:03	7.56.00

**Figura 6**

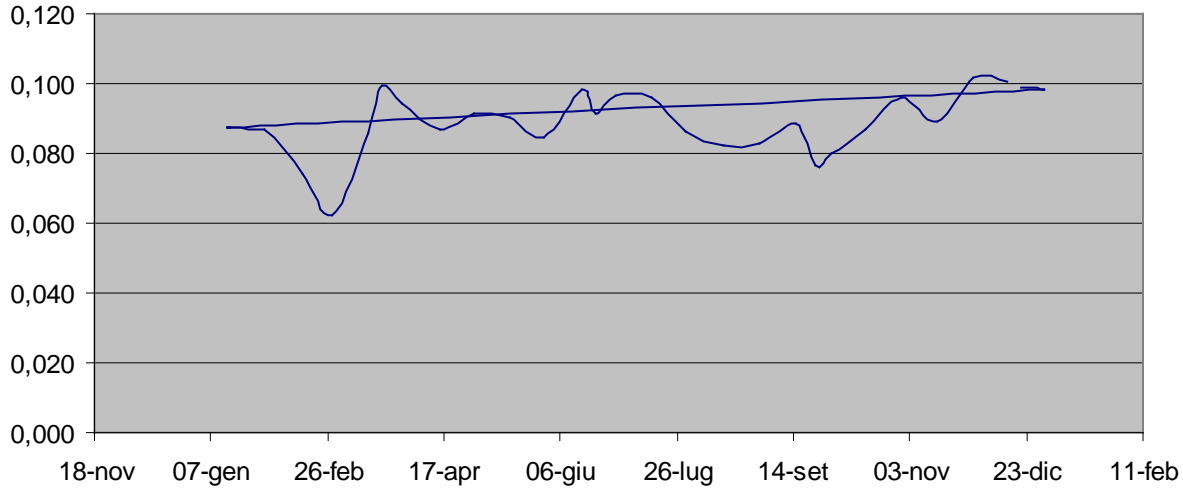
**L 1 = levata con analisi N.1**

**L 2 = levata con analisi N.2**

**HNSKY = levata da planetario HNSKY con rifrazione**

Figura 7

Differenza fra L e HNSKY con analisi N.1 senza correzione rifrazione



0.05.56

0.05.55

0.05.15

0.05.12

0.04.27

0.03.45

0.05.08

0.05.57

0.05.39

0.05.13

0.05.29

0.05.25

0.05.03

0.05.54

0.05.29

0.05.48

0.05.46

0.05.11

0.04.56

0.04.59

0.05.18

0.04.35

0.04.47

0.05.12

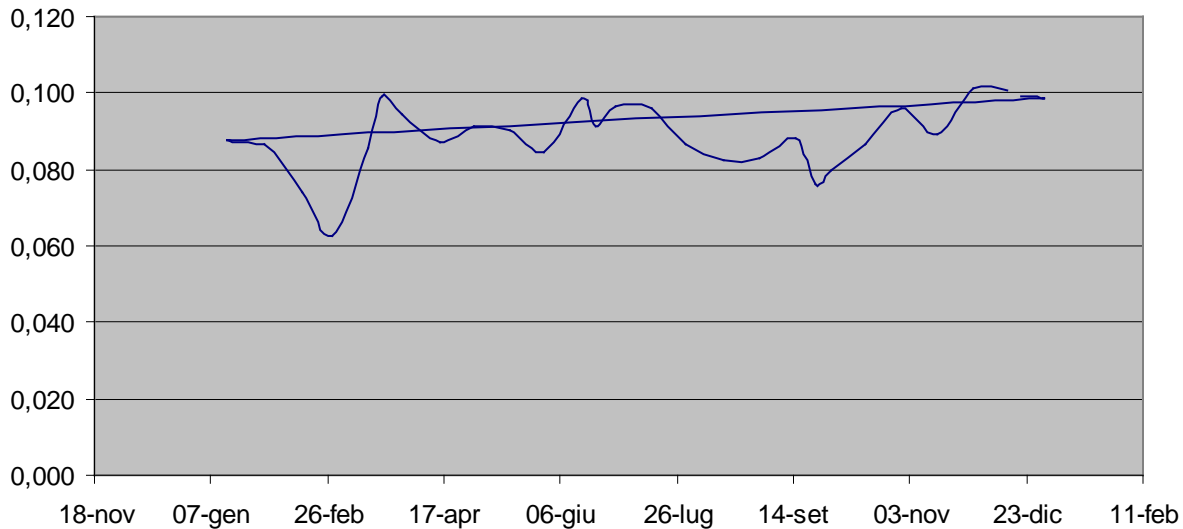
0.05.46

0.05.22

0.06.05

0.06.03

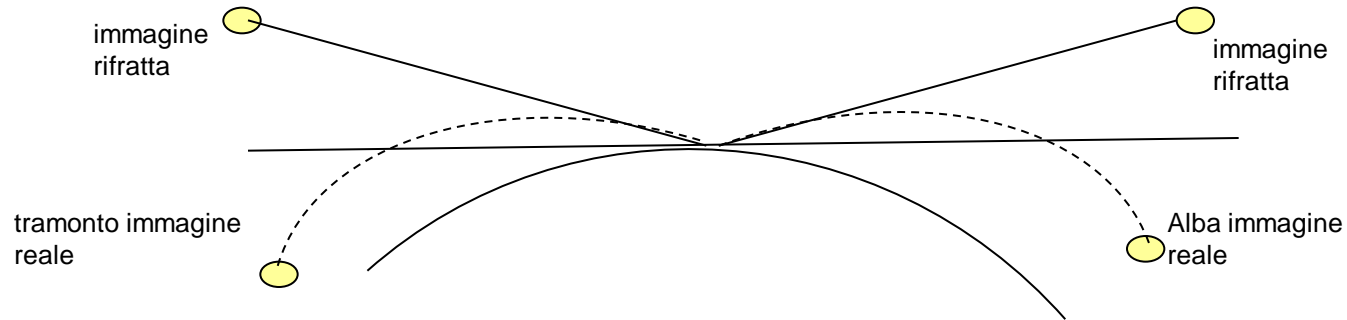
Differenza fra Lc e HNSKY con analisi N.2 senza correzione rifrazione



## Fattori che influenzano il calcolo

Il calcolo eseguito si basa su un'analisi puramente geometrica e non tiene in conto:

1. lo schiacciamento ai poli della terra che può essere trascurato;
2. il diametro del sole che lo fa apparire come un disco e non come un punto; per questo sia al sorgere che al tramonto si considera l'apparizione del bordo superiore del sole; il disco totale del sole si estende per 3,6  
4,0 minuti;
3. la rifrazione dell'atmosfera terrestre che incurva i raggi del sole facendolo apparire più in alto che non in realtà.



L'effetto della rifrazione nelle formule può essere introdotto con un termine correttivo che comporta una diminuzione del tempo di levata ed un aumento del tempo di tramonto.

I valori ricavati dal planetario HNSKY sono ottenuti impostando l'effetto rifrazione (che è effettivamente quello che l'osservatore percepisce osservando il sole) e quindi risultano inferiori a quelli calcolati geometricamente, come si può notare nella figura 6.

Il termine correttivo è disponibile ed introdotto nella formula dell'analisi N.2 per cui il  $\tau$  diventa:

$$\tau = \arccos \left( \frac{-(0,01454 + \text{senz } \sin\lambda)}{\cos z \cos\lambda} \right) = \arccos \left( \frac{- (0,01454 / \cos z \cos\lambda + \text{tanz } \tan\lambda)}{\cos z \cos\lambda} \right)$$

La variabile  $\tau$  subisce, quindi, un incremento che determina, a sua volta, una riduzione dei tempi di levata ed un aumento dei tempi di tramonto permettendo una comparazione paritetica coi valori di HNSKY.

Tenendo conto della relazione esistente fra le variabili  $\alpha$  e  $\tau$  la correzione viene applicata anche all'analisi N.1 producendo gli stessi risultati dell'analisi N.2 evidenziati nella figura 8.

Avendo introdotto la correzione con la rifrazione i valori trovati coincidono con quelli di HNSKY.

Tuttavia nei grafici della figura 9 sono anche riportate numericamente le differenze fra i valori ottenuti dal calcolo corretto con la rifrazione e quelli ricavati dal planetario HNSKY (con rifrazione).

Figura 8

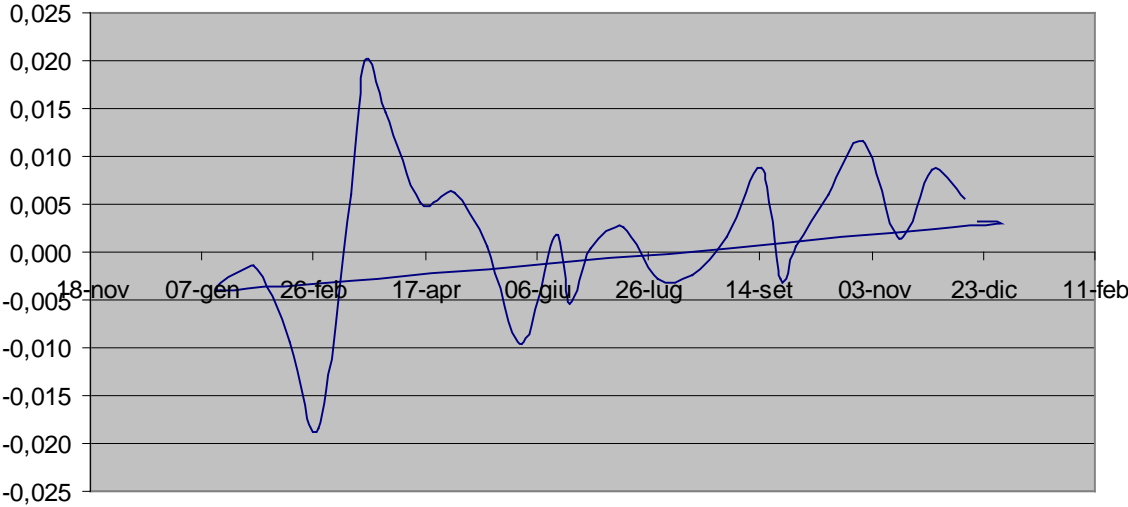
data	L'1	L'2	HNSKY
2011			
<b>21-dic</b>	<b>8.00.12</b>	<b>8.00.12</b>	<b>8.00.00</b>
30-dic	8.03.11	8.03.12	8.03.00
15-gen	7.59.46	7.59.44	8.00.00
30-gen	7.46.55	7.46.57	7.47.00
15-feb	7.25.26	7.25.28	7.26.00
28-feb	7.03.54	7.03.54	7.05.00
15-mar	6.36.22	6.36.22	6.36.00
<b>21-mar</b>	<b>6.25.12</b>	<b>6.25.12</b>	<b>6.24.00</b>
30-mar	6.07.53	6.07.53	6.07.00
15-apr	5.38.19	5.38.19	5.38.00
30-apr	5.13.22	5.13.22	5.13.00
15-mag	4.53.02	4.53.02	4.53.00
30-mag	4.39.26	4.39.26	4.40.00
15-giu	4.34.07	4.34.07	4.34.00
<b>21-giu</b>	<b>4.34.41</b>	<b>4.34.41</b>	<b>4.35.00</b>
30-giu	4.38.02	4.38.02	4.38.00
15-lug	4.49.09	4.49.09	4.49.00
30-lug	5.04.50	5.04.50	5.05.00
15-ago	5.23.52	5.23.52	5.24.00
30-ago	5.42.06	5.42.06	5.42.00
15-set	6.01.32	6.01.32	6.01.00
<b>23-set</b>	<b>6.10.50</b>	<b>6.10.50</b>	<b>6.11.00</b>
30-set	6.20.02	6.20.02	6.20.00
15-ott	6.39.22	6.39.21	6.39.00
30-ott	6.59.42	6.59.44	6.59.00
15-nov	7.22.05	7.22.04	7.22.00
30-nov	7.41.31	7.41.32	7.41.00
15-dic	7.56.20	7.56.20	7.56.00

L'1 = levata con analisi N.1 corretta con rifrazione  
L'2 = lavata con analisi N.2 corretta con rifrazione  
HNSKY = levata da planetario HNSKY con rifrazione



Figura 9

Differenza fra L' e HNSKY con analisi N.1 e con correzione rifrazione



0.00.11

0.00.11

0.00.14

0.00.04

0.00.32

0.01.05

0.00.22

0.01.12

0.00.54

0.00.18

0.00.22

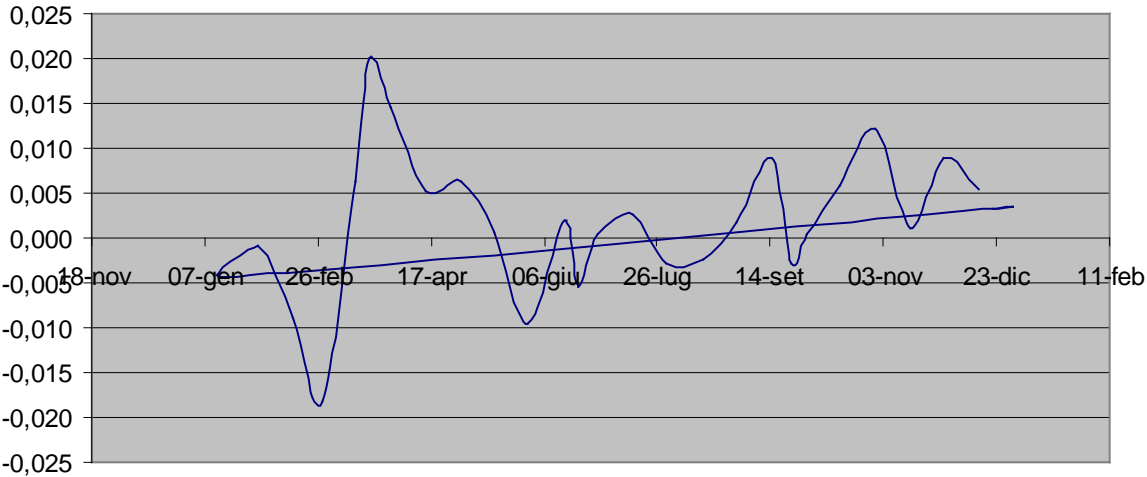
0.00.04

0.00.36

0.00.07

0.00.18

Differenza fra L" c e HNKY con analisi N.2 e correzione rifrazione



0.00.00

0.00.11

0.00.11

0.00.07

0.00.07

0.00.32

0.00.11

0.00.00

0.00.22

0.00.43

0.00.04

0.00.32

0.00.18

Significato dei paralleli principali: C.P.Art, C.P.Ant., T.Can., T.Capr.

Il T.Can. ed il T.Capr. sono ottenuti per latitudine rispettivamente per  $z=23,5^\circ$  e  $z= - 23,5^\circ$

Il C.P.Art. ed il C.P.Ant. sono ottenuti con latitudine  $\lambda_0=\pm (90-23,5^\circ)=\pm 66,5^\circ$

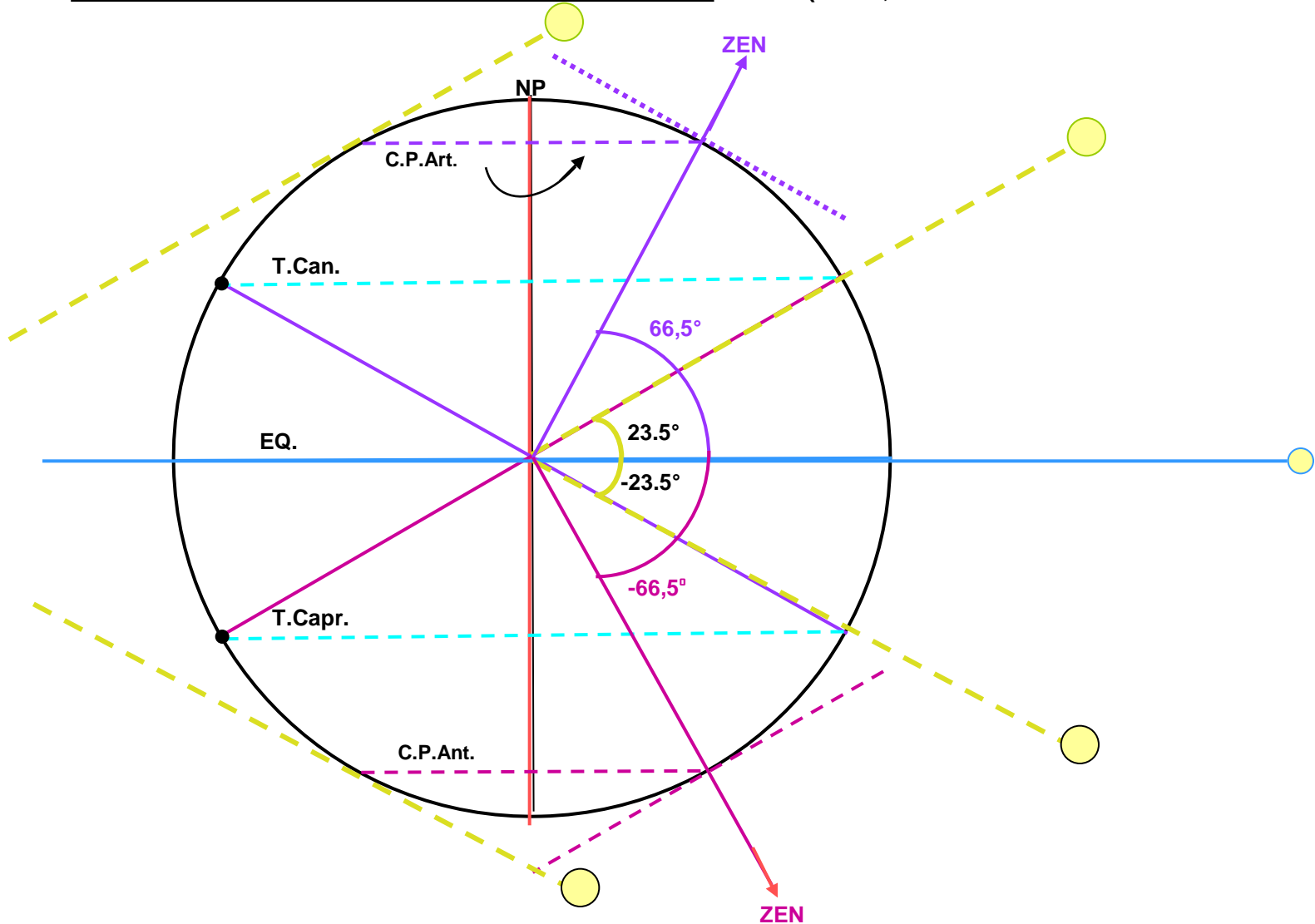


Figura 6

## Considerazioni su orizzonti locali, circoli polari, levata e tramonto del sole

In funzione della declinazione (supposta qualsiasi da  $0^\circ$  a  $\pm 90^\circ$  in linea teorica) si può calcolare quale è la latitudine minima ( $\pm \lambda_0$ ) sul cui orizzonte locale il sole di mezzanotte è visibile ad altezza 0 dal bordo e non tramonta, cioè il parallelo solare risulta in contatto col suolo dell'orizzonte locale nella zona della mezzanotte.

La condizione è:  $\lambda_0 = 90^\circ \pm z$

Infatti se nella figura 3 (v. anche figura 8) si impone la condizione che OD sia uguale a R per cui:

$$OO' = R \operatorname{sen} z = OD \operatorname{sen}(c\lambda); \quad OD = R \operatorname{sen} z / \operatorname{sen}(c\lambda) = R; \quad \operatorname{sen} z = \operatorname{sen}(c\lambda); \quad z = (c\lambda) = 90^\circ \lambda;$$

$$\lambda_0 = 90^\circ z$$

Al solstizio d'estate  $z = 23,47^\circ$   $\lambda_0 = 90 - z = 66,53^\circ$  che corrisponde al

[circolo polare artico.](#)

Al solstizio d'inverno  $z = 23,47^\circ$   $\lambda_0 = 90 + z = 113,47^\circ$  che corrisponde a  $\lambda_0 = 66,53^\circ$  cioè al

[circolo polare antartico](#)

Per valori della latitudine  $\lambda_1$  superiori  $\lambda_0$  (**zona polare**) il sole sarà sempre presente per tutto il dì sull'orizzonte locale e l'angolo della sua altezza alla mezzanotte è dato dalla :

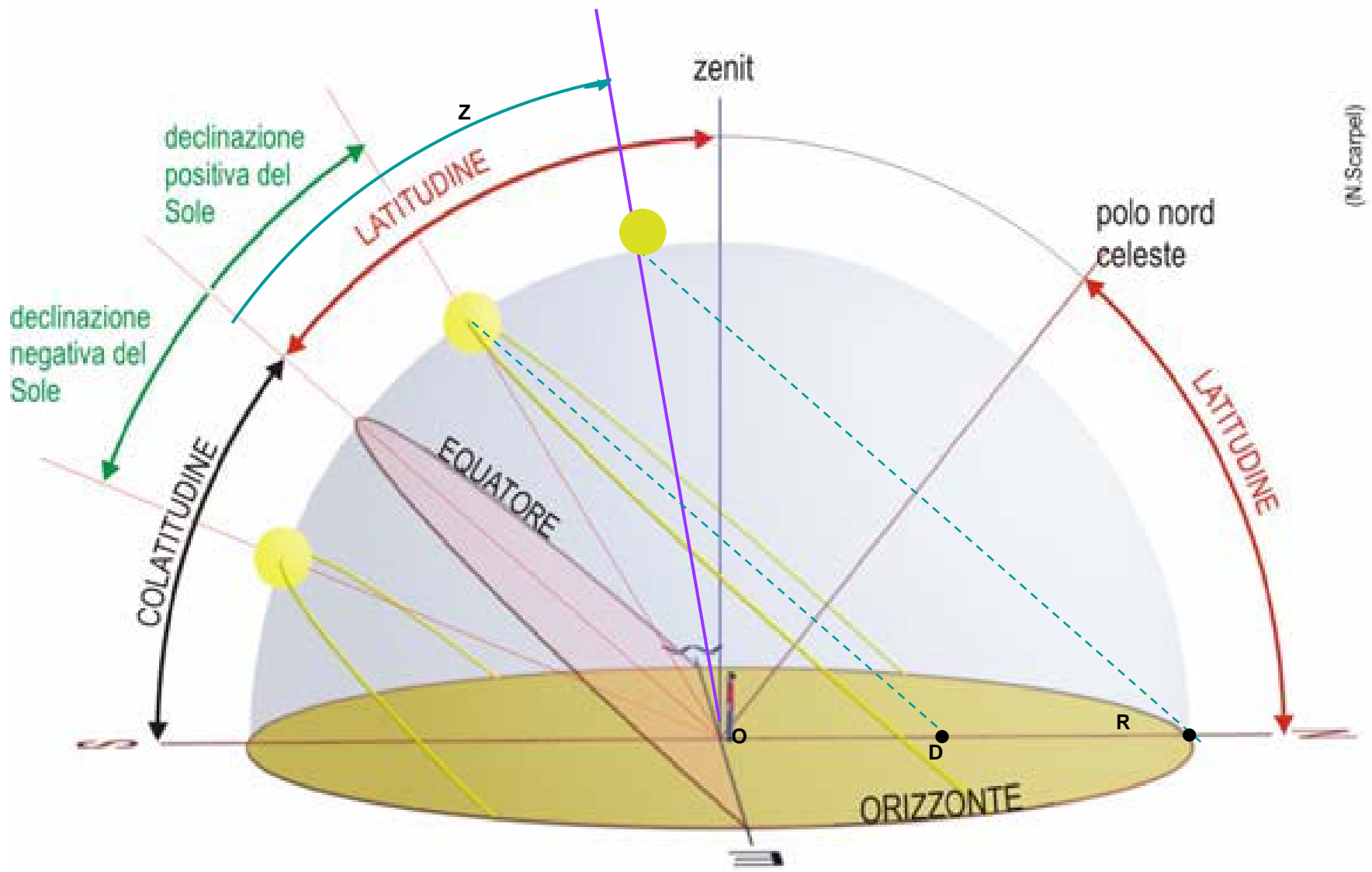
$$\hat{H} = \lambda_1 - \lambda_0$$

I circoli polari sono anche definiti come :

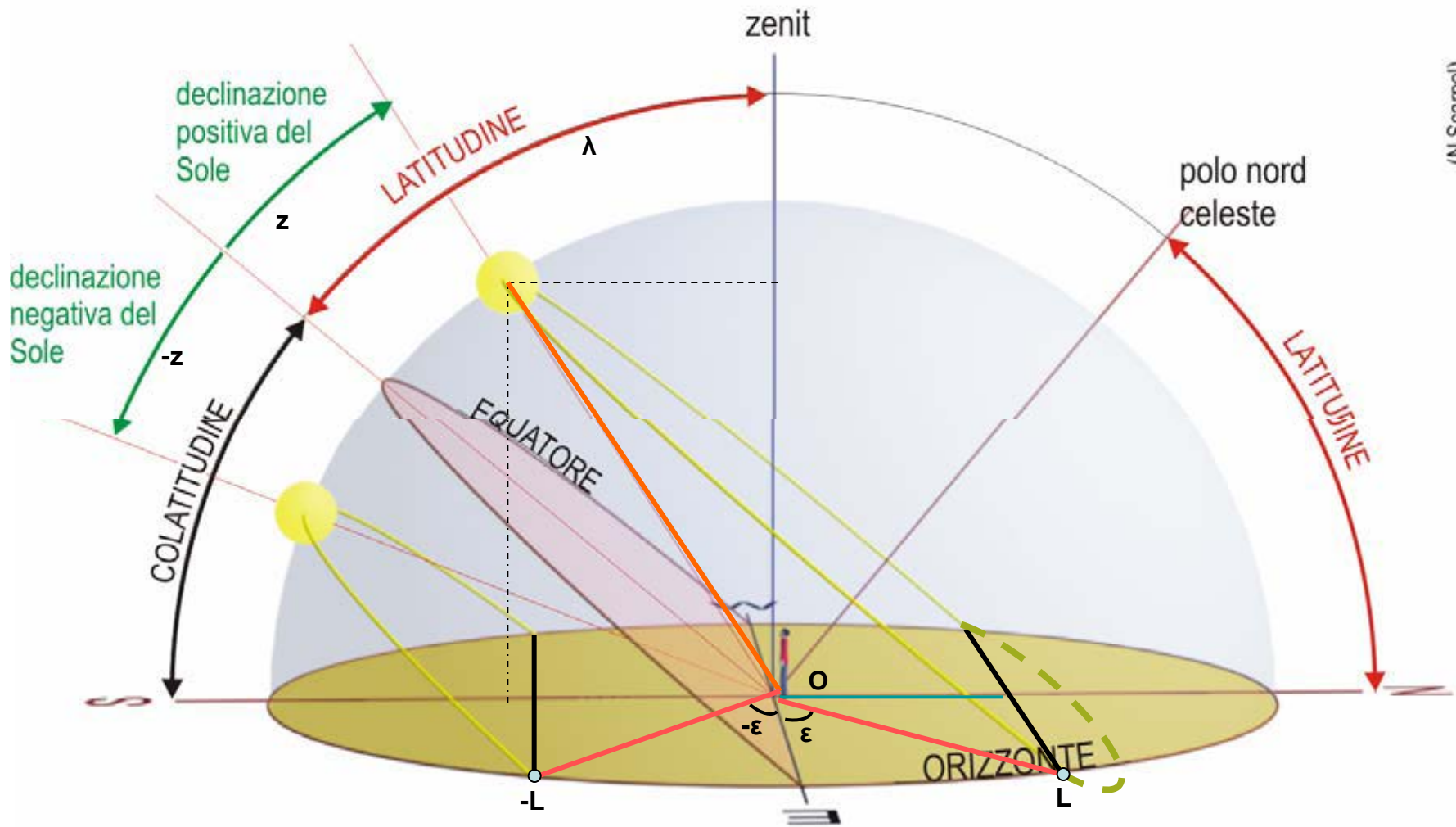
paralleli relativi alla latitudine in cui i raggi del sole dei solstizi sono tangenti alla superficie terrestre.

Si può osservare che per valori positivi della declinazione, qualunque sia la latitudine, il sorgere ed il tramontare del sole è situato nell'emisfero nord mentre per valori negati nell'emisfero sud.

Figura 8



(N. Scarpel)



(N. Scarpel)

