APPENDICE D

ASTRONOMIA COL COMPUTER

Creati un esercito di servi perfetti, capaci di eseguire per tuo conto compiti ingrati, e sarai il padrone del mondo.
(N. Tartaglia, *Il general trattato di numeri et misure*)

D.1 Introduzione

Il calcolatore elettronico è diventato un supporto indispensabile per la pianificazione delle osservazioni astronomiche. Esiste sul mercato *software* per le più diffuse piattaforme *hardware* che è in grado, in pochi secondi, di calcolare, per qualunque istante e qualsiasi luogo noi vogliamo, la posizione relativa all'osservatore di tutte le stelle fino alla ventesima magnitudine (e oltre...) e le effemeridi del Sole, della Luna e di tutti i pianeti del sistema solare! Inoltre molti programmi lavorano come un *planetario virtuale,* mostrandoci sullo schermo la volta celeste che noi vedremmo se fossimo materialmente sul posto ad osservare il cielo.

In questa nostra sintetica trattazione abbiamo esposto semplici procedimenti di calcolo alla portata di chiunque abbia un foglio di carta, una penna e una calcolatrice tascabile. Questi, infatti, sono stati pensati apposta per essere applicati senza troppa difficoltà e in breve tempo. Il lettore che sappia programmare un personal computer potrebbe pensare di scrivere un programma per il suo calcolatore che, ad esempio, calcoli il tempo siderale o le effemeridi planetarie secondo i metodi da noi trattati.

I programmi commerciali, non avendo vincoli né sulla complessità dei calcoli, né sulla velocità di esecuzione (che è comunque molto alta sui personal computer diffusi oggi), sfruttano formule e procedimenti molto complessi che tengono conto di numerose variabili di cui non abbiamo parlato. Nel calcolare la posizione di un pianeta nel cielo viene risolta in forma numerica l'equazione fisica del moto e si tiene conto di fenomeni come l'influenza gravitazionale reciproca tra i vari pianeti, la precessione, la nutazione e l'aberrazione. Il lettore interessato a questi procedimenti troverà nella bibliografia alcuni titoli di testi sull'argomento.

Lo scopo di questa appendice non è quello di insegnare a sviluppare potenti programmi astronomici per computer, né di essere un completo compendio di formule. Si vuole solo integrare i procedimenti in parte già esposti con altri alternativi che ben si prestano ad essere implementati su un personal computer, ma che, senza troppa fatica, possono essere applicati anche avendo a disposizione una semplice calcolatrice.

D.1.1 Alcune Precisazioni sul Calcolo

Quando si lavora con quantità numeriche è opportuno sapere quante cifre decimali bisogna considerare per assicurare una adeguata precisione nel calcolo.

Lavorando con gli angoli è sufficiente per i nostri scopi una precisione dell'ordine di 1" d'arco che corrisponde a circa $2{,}77 \cdot 10^{-4}$ gradi; questo significa che le quantità decimali corrispondenti vanno considerate almeno fino alla 6^a cifra. Se questo valore viene convertito in ore, cioè diviso per 15, si dovrà tenere conto dei decimali fino alla 7^a cifra.

Lavorando con i tempi possiamo considerare accettabile una precisione dell'ordine di 1^s e, analogamente agli angoli, va bene un troncamento dei decimali alla 6^a cifra, ma solo se tali tempi sono espressi in ore. Se si adoperasse la data giuliana, ad esempio, 1^s espresso in giorni varrebbe all'incirca $1{,}157 \cdot 10^{-5}$, che corrisponde ad una precisione di 8 cifre decimali.

Nella tabella sono rappresentate le cifre decimali richieste per le misure temporali precise a meno di 1^s per diverse unità di tempo.

Unità temporale	**Numero di cifre decimali**
ore	6
giorni	8
anni	10
secoli	12

Un'altra precisazione riguarda le funzioni trigonometriche inverse, in particolare la funzione arcotangente *arctan*( ). Come tutti sapranno, un computer o una calcolatrice scientifica restituiscono questa funzione nell'intervallo $-90° \div +90°$; se ci si aspetta un risultato tra 0° e 360°, abbiamo indeterminazione per quanto riguarda il quadrante esatto.

Poniamo di dover calcolare il valore dell'espressione

$$H = \mathrm{arc}\,tan\left(\frac{N}{D}\right)$$

Ricordando la definizione di tangente di un angolo, la precedente corrisponde a

$$H = \text{arc}\,tan\left(\frac{sen\,\text{n}}{cos\,\text{d}}\right)$$

quindi, in base ai segni di N e D, si può ricavare il quadrante corretto di H.

Tabella D.1 - Quadrante corretto di atg(N / D)

Segno di N	Segno di D	Quadrante	Intervallo	Offset
+	+	I	0° ÷ 90°	+0°
–	+	II	90° ÷ 180°	+180°
–	–	III	180° ÷ 270°	+180°
+	–	IV	270° ÷ 360°	+360°

Si suggerisce, quindi, di calcolare separatamente numeratore N e denominatore D dell'argomento dell'arcotangente e di eseguire un test sui segni; una volta ricavato il valore dell'angolo compreso tra –90° e 90° si aggiungerà ad esso un opportuno *offset* (scostamento) per portarlo nel quadrante corretto.

D.2 Conversione di Coordinate

Può essere utile, a volte, poter passare da un sistema di coordinate ad un altro. Se, per esempio, misuriamo l'altezza e l'azimut di un astro in un determinato istante, si potrebbero ottenere le corrispondenti ascensione retta e declinazione; oppure, note queste ultime, si potrebbero ottenere le prime per un qualsiasi istante. Queste formule di conversione sono ricavabili dalla trigonometria sferica e noi non le dimostreremo.

Assumiamo le seguenti convenzioni:

A = azimut
H = altezza
τ = angolo orario
α = ascensione retta
δ = declinazione
TSML = Tempo Siderale Medio Locale

e ricordiamo la relazione $\tau = \text{TSML} - \alpha$

D.2.1 Conversione da coordinate equatoriali a altazimutali

$$\mathrm{A} = \arctan\left(\frac{\operatorname{sen} t}{\cos t \operatorname{sen} f - \tan d \cos f}\right)$$

$$\mathrm{H} = \arcsen(\operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\delta + \cos\phi \cos\delta \cos\tau)$$

D.2.2 Conversione da coordinate altazimutali a equatoriali

$$t = \arctan\left(\frac{\operatorname{sen}\mathrm{A}}{\cos\mathrm{A} \operatorname{sen} f + \tan \mathrm{H} \cos f}\right)$$

$$\delta = \arcsen(\operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\mathrm{H} - \cos\phi \cos\mathrm{H} \cos\mathrm{A})$$

$$\alpha = \mathrm{TSML} - \tau$$

D.3 Data Giuliana

Calcolare la data giuliana corrispondente ad una determinata data civile è assolutamente indispensabile per poter effettuare qualunque calcolo astronomico che coinvolga archi di tempo superiori alle 24 ore. Analogamente è importante saper trasformare una data giuliana in una data civile per poter rappresentare i risultati dei nostri calcoli in una forma più comoda e comprensibile.

La data giuliana è utile anche in ambito non strettamente astronomico. Rende possibile, infatti, il calcolo del numero di intervalli di tempo in giorni tra due date, operazione non facilmente attuabile altrimenti. Inoltre, nota la data giuliana J_0 calcolata alle 0^h, si può calcolare il giorno della settimana corrispondente. Basta aggiungere 1,5 a J_0 e dividere per 7; il resto della divisione darà il giorno secondo la convenzione: 0 = domenica, 1 = lunedì, 2 = martedì, 3 = mercoledì, 4 = giovedì, 5 = venerdì e 6 = sabato. Un procedimento molto semplice per ottenere il resto della divisione è il seguente:

$$Q = (J_0 + 1{,}5) / 7$$
$$R = Q - int(Q) \times 7$$

Le definizioni di int(...) e frac(...) si trovano nell’appendice B.

D.3.1 Conversione da Data Civile a Data Giuliana[1]

Y = Anno M = Mese G = Giorno

passo 1: se $M = 1$ o $M = 2$
sottrarre 1 a Y e sommare 12 a M

passo 2: se la data è anteriore al 15/10/1582, porre: $A = 0$; $B = 0$
altrimenti porre:
$A = int(Y / 100)$ $B = 2 - A + int(A / 4)$

passo 3 $C = int(365{,}25 \times Y)$ $D = int(30{,}6001 \times (M + 1))$
passo 4: Si ottiene il Giorno Giuliano per le 0^h
$J_0 = B + C + D + G + 1720994{,}5$

D.3.2 Conversione da Data Giuliana a Data Civile

J_0 = Data Giuliana alle 0^h TU

passo 1: $I = int(J_0 + 0{,}5)$ $F = frac(J_0 + 0{,}5)$

passo 2: se I è minore o uguale a 2299160 si pone $B = I$
altrimenti si pone
$A = int((I - 1867216{,}25) / 36524{,}25)$
$B = I + 1 + A - int(A / 4)$

passo 3: $C = B + 1524$ $D = int((C - 122{,}1) / 365{,}25)$
$E = int(365{,}25 \times D)$ $H = int((C - E) / 30{,}6001)$

passo 4: si ottiene il giorno G del mese
$G = C - E + F - int(30{,}6001 \times H)$

passo 5: si ottiene il mese M:
se H è minore di 14 si pone $M = H - 1$
altrimenti si pone $M = H - 13$

---

[1] I due procedimenti D.3.1 e D.3.2 tengono conto del fatto che, a causa della riforma del calendario da parte di Papa Gregorio XIII, si passò direttamente dal 4/10/1582 al 15/10/1582 (vedi §2.2).

passo 6: si ottiene l'anno Y:
se M è minore di 3 si pone Y = D − 4715
altrimenti si pone Y = D − 4716

D.4 Calcolo del Tempo Siderale Medio Locale

Il TSML è uno dei più importanti parametri per la pianificazione di un'osservazione astronomica. Consente, infatti, il corretto puntamento del telescopio poiché fissa l'origine della scala delle ascensioni rette ed è un dato fondamentale per la conversione delle coordinate da un sistema ad un altro (vedi §D.2). E' un *tempo medio* perché non si considerano le oscillazioni periodiche dell'inclinazione dell'asse terrestre (vedi §2.1). Il TSML si ricava dal TSMG (Tempo Siderale Medio di Greenwich) aggiungendo ad esso la latitudine del luogo che, secondo le più recenti convenzioni internazionali è positiva ad Est e negativa ad Ovest di Greenwich.

Il metodo di calcolo del TSMG che proponiamo, alternativo a quello esposto nel §2.4, si basa su una semplice considerazione. Supponiamo di conoscere il valore di TSMG per un tempo T_0; per ottenere il Tempo Siderale nell'istante generico T, non dovremo fare altro che moltiplicare T per un coefficiente a che rappresenta le ore siderali contenute nell'unità di tempo in cui è misurato T e aggiungere T_0. Questo, tuttavia, non basta perché la rotazione della Terra, che scandisce il TSMG, non è costante, ma risente di perturbazioni non periodiche che ne fanno lentamente aumentare la velocità; possiamo riassumere questo effetto a lungo termine con un termine aggiuntivo proporzionale, tramite un coefficiente b, al quadrato di T. In definitiva si ha:

$$\mathrm{TSMG} = T_0 + aT + bT^2$$

Ovviamente il valore che si ottiene sarà multiplo di 24 ore e andrà ridotto nell'intervallo $0^h \div 24^h$.

Veniamo ora al calcolo effettivo. Come tempo di riferimento T_0 si è scelto il 31 dicembre 1899 alle 12^h TU, corrispondente alla data giuliana 2415020,0. L'unità di misura scelta per T è il *secolo giuliano*, che corrisponde a 36525 giorni giuliani.

Si voglia calcolare il TSML a longitudine λ (espressa in ore), alle ore t di tempo civile, che dista ΔT dal TU (vedi §C.3.1). Si procede per passi successivi:

passo 1: Calcolo del TSMG alle 0^h TU

1.1: Calcolare il giorno giuliano JD alle 0^h TU (v. §D.3.1)
1.2: $T = (JD - 2415020{,}0) / 36525$
1.3: $TS = 6{,}6460656 + 2400{,}051262 \times T + 0{,}00002581 \times T^2$
$TSMG = frac(TS / 24) \times 24$

passo 2: Calcolo del TSML alle ore t civili del fuso orario locale

2.1: $TSML_0 = TSMG + \lambda$
2.2: $TSML = TSML_0 + (t - \Delta T) \times 1{,}002737908$

Il procedimento ora esposto è valido con buona approssimazione per molti secoli a cavallo del ventesimo, ma dà risultati ancora significativi nell'arco di qualche millennio!

E' importante ricordare che il metodo ora descritto è valido solo se la data giuliana JD da cui si parte è calcolata per le 0^h TU immediatamente precedenti l'ora civile per la quale vogliamo ricavare il TSML (per intenderci, JD deve avere parte decimale pari a 5). La correzione per un'ora qualsiasi deve essere esclusivamente quella effettuata nel passo 2.2, altrimenti si otterrà un risultato non significativo, poiché le cifre decimali considerate nei coefficienti del passo 1.3 non sono sufficienti a garantire la necessaria precisione "al secondo" (vedi §D.1.1). Inoltre JD è sempre calcolato per tempi civili espressi in TU.

Problema D.1. Si calcolino, con il metodo esposto nel §D.3.1, le date giuliani corrispondenti alle seguenti date civili:

19 ottobre 1993	ore 19:30 TU
19 ottobre 1996	ore 21:42 TU
29 luglio 1969	ore 00:00 TU
18 giugno 2071	ore 18:00 TU

Problema D.2. Si calcoli il TSML a Melbourne ($\lambda = +145°$) per le date e le ore dell'esercizio precedente (riflettere sul perché, in questo problema, non è necessario conoscere il fuso orario ΔT della località; $t - \Delta T$ è per definizione pari a...).

Problema D.3. Sapendo che per la città australiana di Melbourne abbiamo un fuso orario $\Delta T = +10$, calcolare l'ora civile corrispondente alle ore TU del problema D.1, specificando anche il giorno del mese.